ASSOCIAZIONE
NUOVA CIVILTÀ
DELLE MACCHINE

La Matematica della realtà

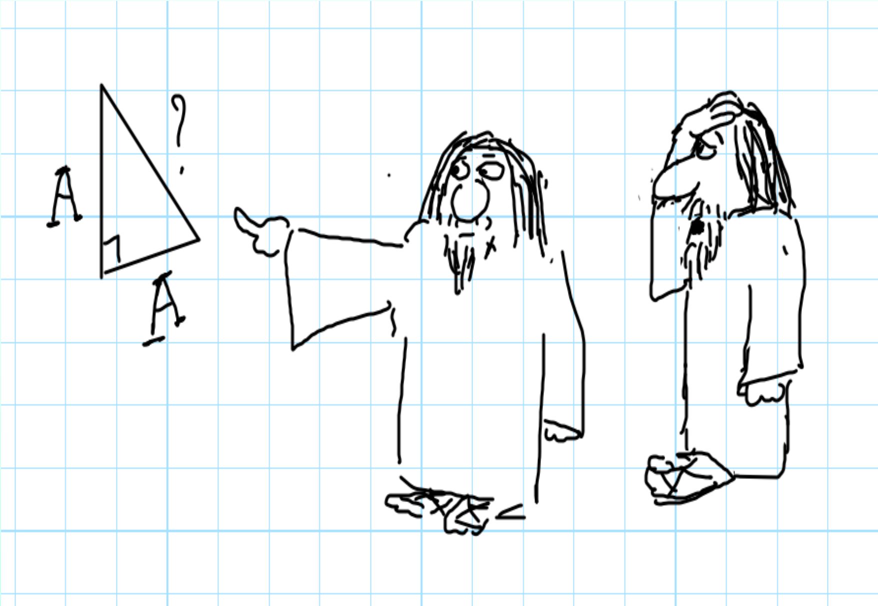
La storia degli infinitesimi

Relatore: dott. **Oriano Spazzoli**

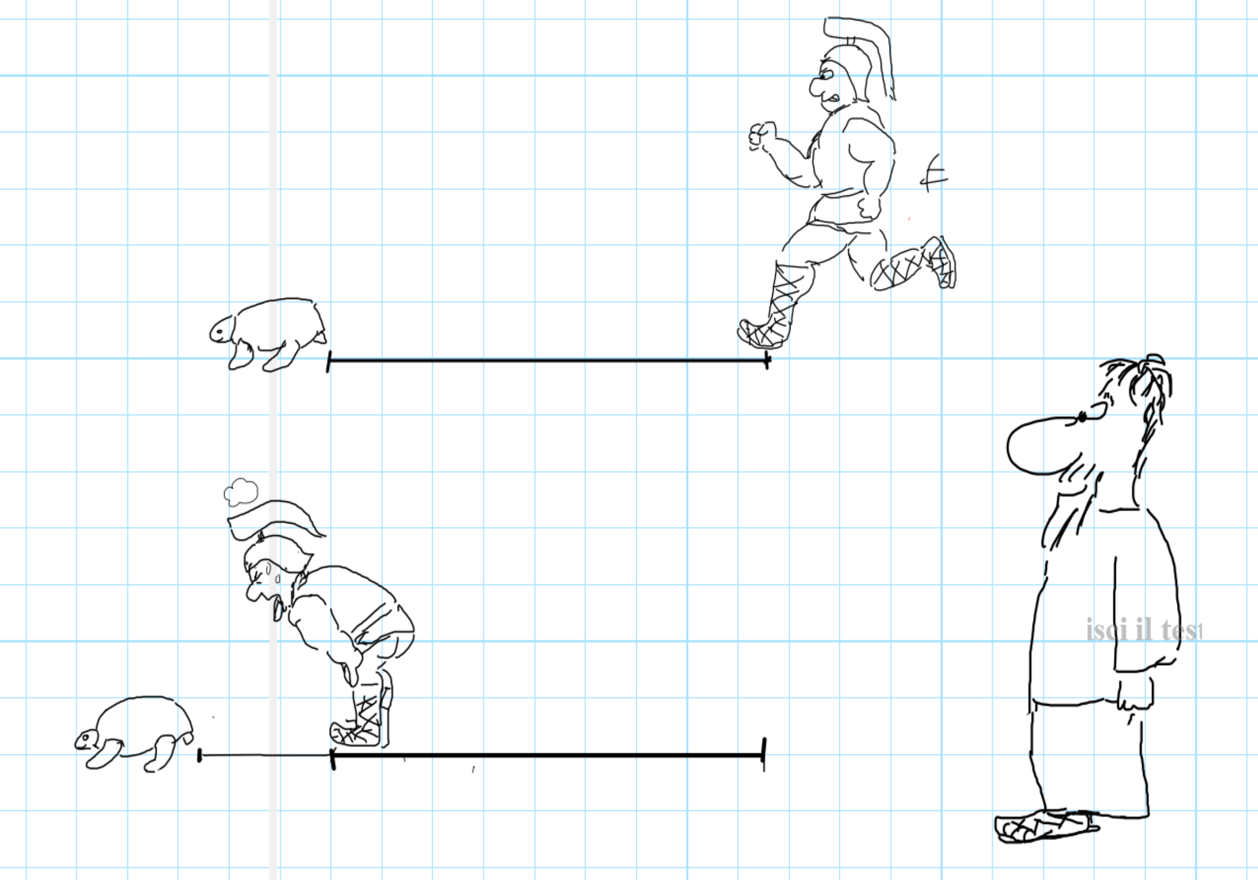
11 aprile 2023

Cenni sulla matematica antica

VI secolo a. C.: Pitagora e il numero principio fondamentale dell'Universo: ogni oggetto può essere descritto mediante rapporti di numeri interi



Ippaso di Metaponto scopre i numeri irrazionali: non esistono elementi contenuti un numero intero di volte in ogni cosa

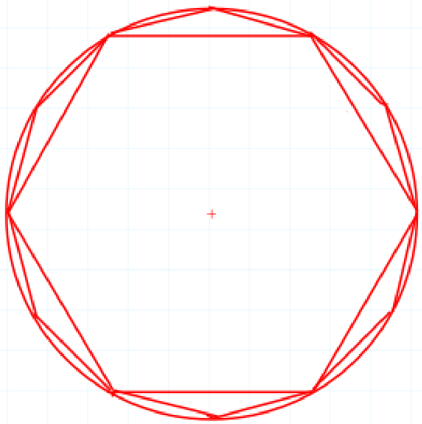


Zenone di Elea **propone paradossi logici sugli indivisibili (per mettere in evidenza le argomentazioni fallaci in cui si incorre sostenendone l'ipotesi)**

- **IV secolo a. C. (fine): Ad Alessandria vengono pubblicati gli *Elementi* di Euclide, testo base del metodo “sintetico” della geometria fino ai nostri giorni (v. metodo di esaustione).**
- **III secolo a.C.: Archimede di Siracusa informa in una lettera ad Eratostene di avere calcolato alcune aree e volumi con “metodi meccanici”, facendo riferimento agli infinitesimi.**

Metodo di esaustione

METODO DI ESAUSTIONE



$$A_c > a_m = \frac{p_m \cdot a_m}{2}$$

$p_m < c$

$a_m < R$ $\quad a_m < \frac{p_m \cdot a_m}{2} < T$

SE $C < T$ CI SAREBBE UN POLIGONO REGOLARE INSCRITTO TALE CHE

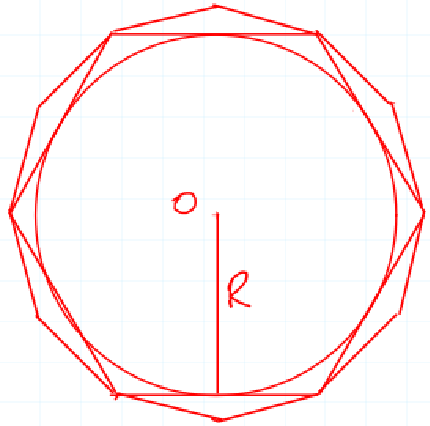
$$A_c < a_m < T$$

$$A_c - T < 0$$

$$a_m - T < A_c - T$$

$$a_m > A_c$$

CIOÈ CON AREA MAGGIORE DI QUELLA DEL CERCHIO



A_m = AREA DEL POLIGONO REGOLARE CIRCOSCRITTO DI m LATI

P_m = PERIMETRO DEL POLIGONO REGOLARE CIRCOSCRITTO DI m LATI

$$A_m = \frac{P_m \cdot R}{2}$$

ALL'AUMENTARE DEL NUMERO DEI LATI A_m SI AVVICINA SEMPRE PIÙ DA VICINO A T

SE $A_c > T$

$A_c - T > 0$ MA POTREI TROVARE UN POLIGONO DI m LATI TALE CHE

$$A_m - T < A_c - T$$

QUINDI PER CUI

$$A_m < A_c$$

CIOÈ DOVREI TROVARE UN POLIGONO REGOLARE CIRCOSCRITTO DI AREA MINORE DI QUELLA DEL CERCHIO!!!!

QUINDI POICHÉ

A_c NON È NÉ $>$ NÉ $<$ T

$$\Downarrow$$

$$A_c = T$$

La Chiesa e la Riforma

- **1517: Martin Lutero pubblica le 95 tesi a Wittenberg: è l'inizio della Riforma protestante. La Germania e l'Europa centro settentrionale si spaccano: viene messo in discussione il ruolo della Chiesa di Roma di guida della cristianità**
- **Il papa è un monarca proveniente da importanti famiglie italiane di cui ha il compito primario di tutelare gli interessi**
- **1540: Ignazio di Loyola fonda la Compagnia di Gesù con l'intento di ripristinare l'autorità della Chiesa sul mondo, sia in campo spirituale che politico. Nascono i *Gesuiti*, "l' esercito di Dio"**

I Gesuiti

Le linee guida del pensiero teologico: verità, gerarchia e ordine. Non deve esistere pluralità di opinioni né discussione, la regola fondamentale è la totale obbedienza agli ordini superiori e prima di tutto al papa. L'addestramento avviene nei collegi

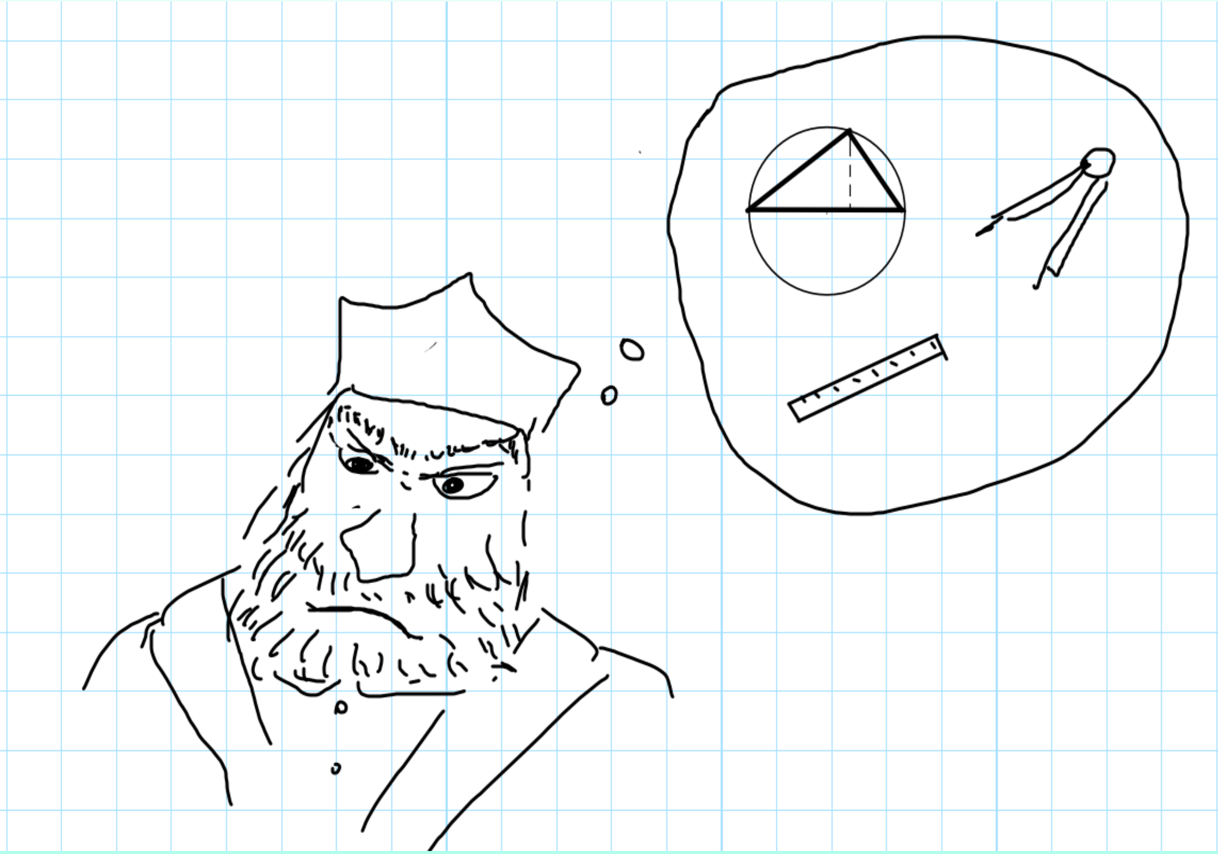
L'insegnamento verteva sulla filosofia scolastica medioevale (rivisitata da San Tommaso d'Aquino nella Summa Teologiae)

Cristoforo Clavio
e le verità della geometria euclidea

1538: nasce a Bamberg nel 1538

1555: entra come novizio nella Compagnia di Gesù

1560: comincia a insegnare Matematica nel Collegio Romano.



Con Cristoforo Clavio il rigore logico della geometria euclidea diventa un infallibile sistema di costruzione di verità inattaccabili.

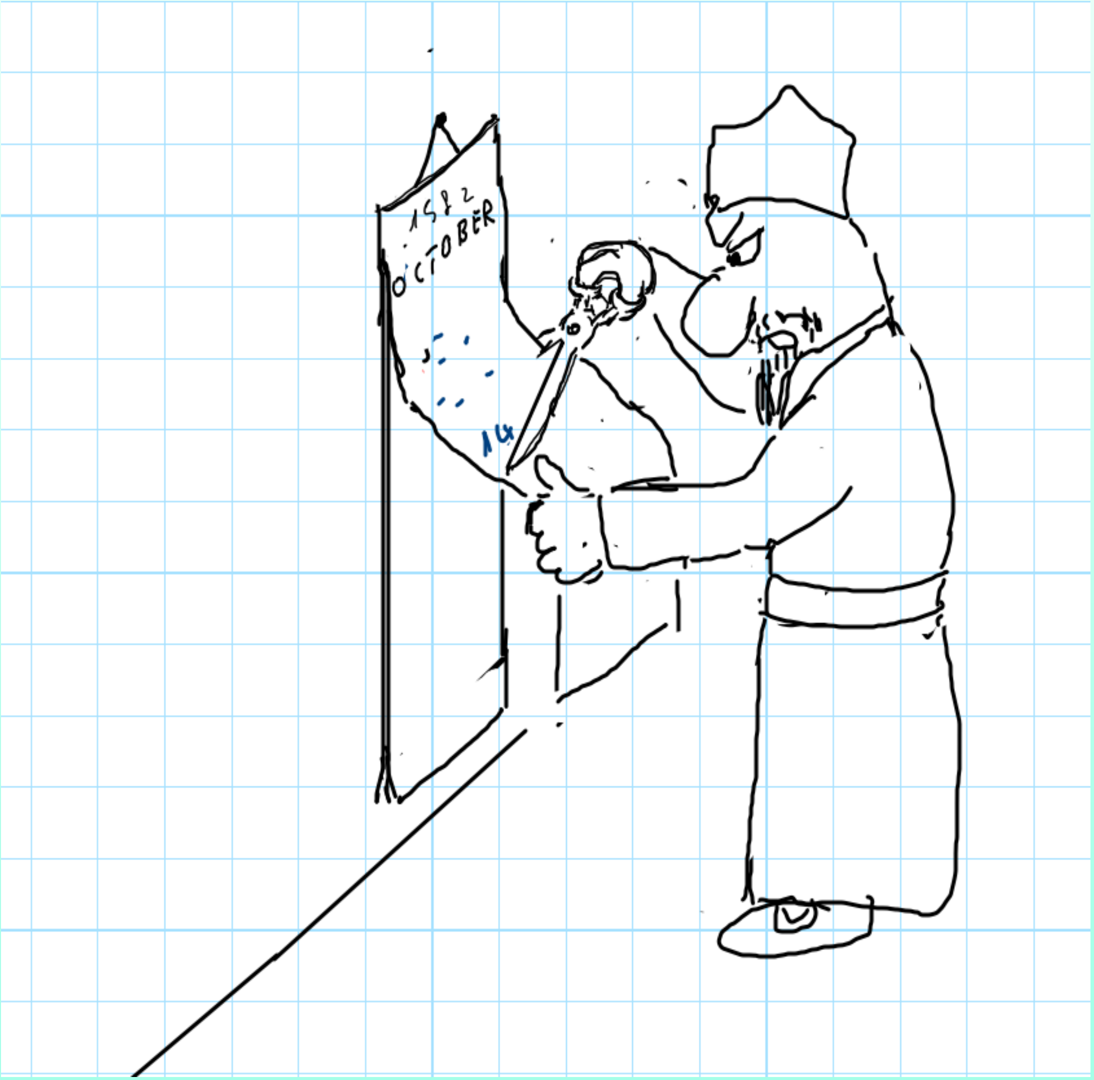
Le dimostrazioni geometriche

- **Si parte da pochi principi fondamentali (i postulati) e applicando la deduzione logica si rivelano (“dimostrano”) proprietà che sono proprie delle figure costruite con riga e compasso**
- **La dimostrazione procede per deduzione producendo verità che rendono inutile ogni verifica e insensata ogni discussione: le Verità della geometria non ammettono obiezioni.**

Cristoforo Clavio e il trionfo della Geometria: la riforma del Calendario

- **1582: La Chiesa riporta l'ordine nel mondo con il calendario Gregoriano**

1599: la Geometria diventa disciplina di riferimento nella *Ratio Studiorum* dei Gesuiti



I Gesuiti e la Matematica proibita: il divieto di insegnare gli infinitesimi

Primi pareri (vincolanti) dei revisori generali:

1606, 1613 e 1615: l'ipotesi secondo la quale il continuo sia costituito di infinitesimi viene dichiarata "falsa ed erronea" e non deve essere insegnata.

Altri pronunciamenti contro gli "indivisibili": 1632, 1641, 1643, 1649.

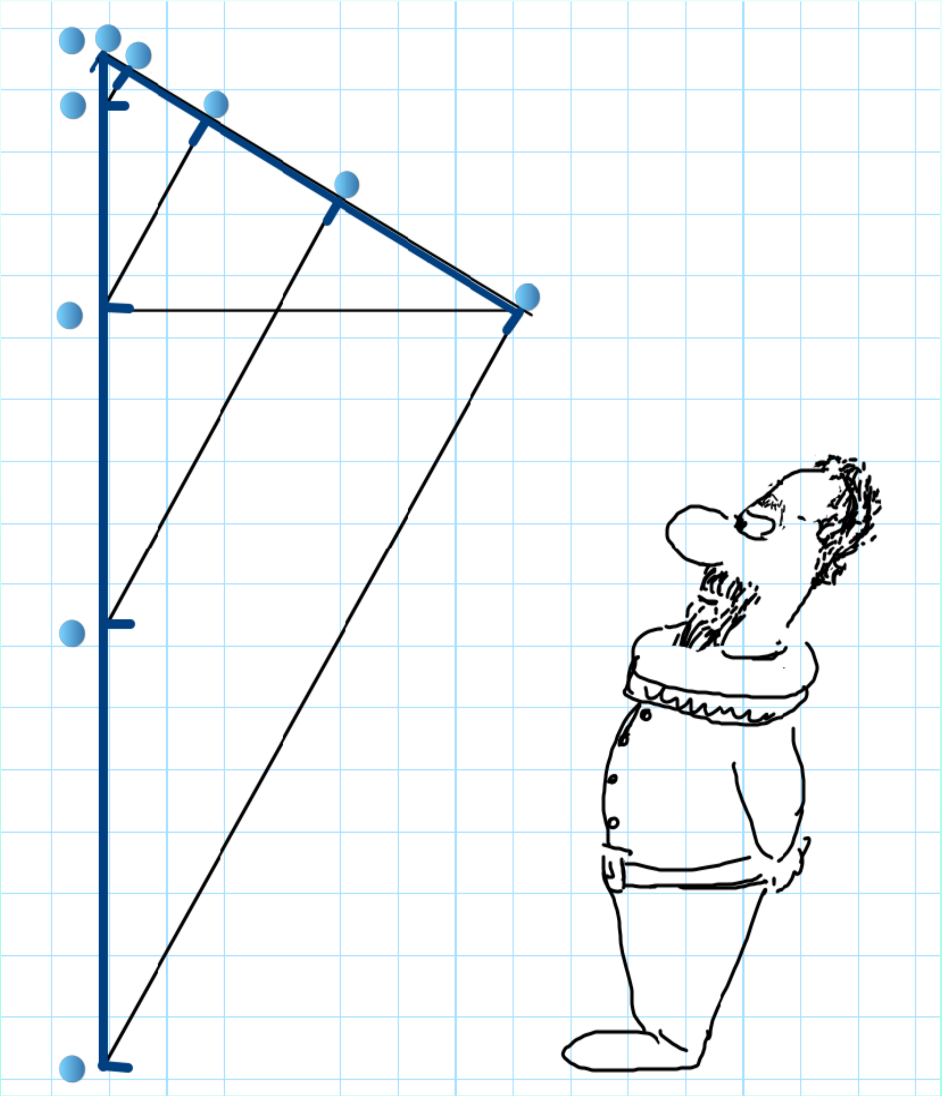
1651: viene redatto dai revisori generali un elenco delle tesi bandite: non poteva mancare la dottrina degli infinitesimi (o indivisibili) in tutte le sue forme.

Gli infinitesimi
e l'origine della Scienza Moderna

Galileo Galilei e i *Discorsi su due nuove Scienze* (Elzevir, Leyden 1637)

L'interpretazione matematica degli esperimenti di Padova:

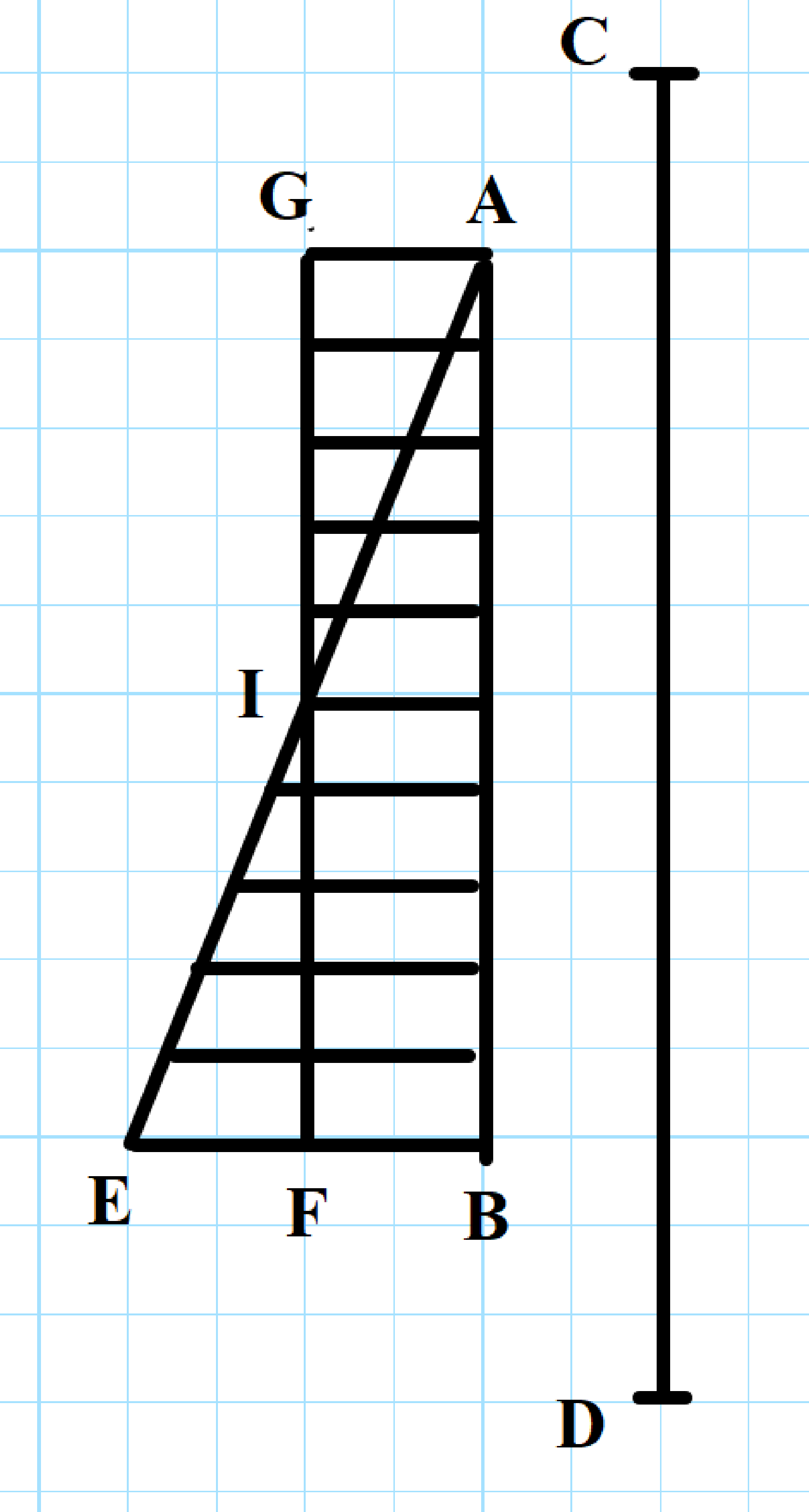
lo spostamento di un corpo che aumenta costantemente la sua velocità (piano inclinato e caduta dei gravi)



Al trascorrere del tempo (segmento CD), aumenta con continuità la velocità (segmenti orizzontali).

Ma ogni segmento orizzontale rappresenta anche il “grado di spazio” descritto in un intervallo di tempo infinitesimo.

Sommando quindi tutti i segmenti orizzontali si trova che lo spazio totale percorso nel tempo AB è dato dall'area del triangolo EBA (equivalente al rettangolo FBAG che ha uguale altezza e metà base e rappresenta lo spazio complessivo percorso a velocità costante uguale alla media tra la minima iniziale e la massima finale)

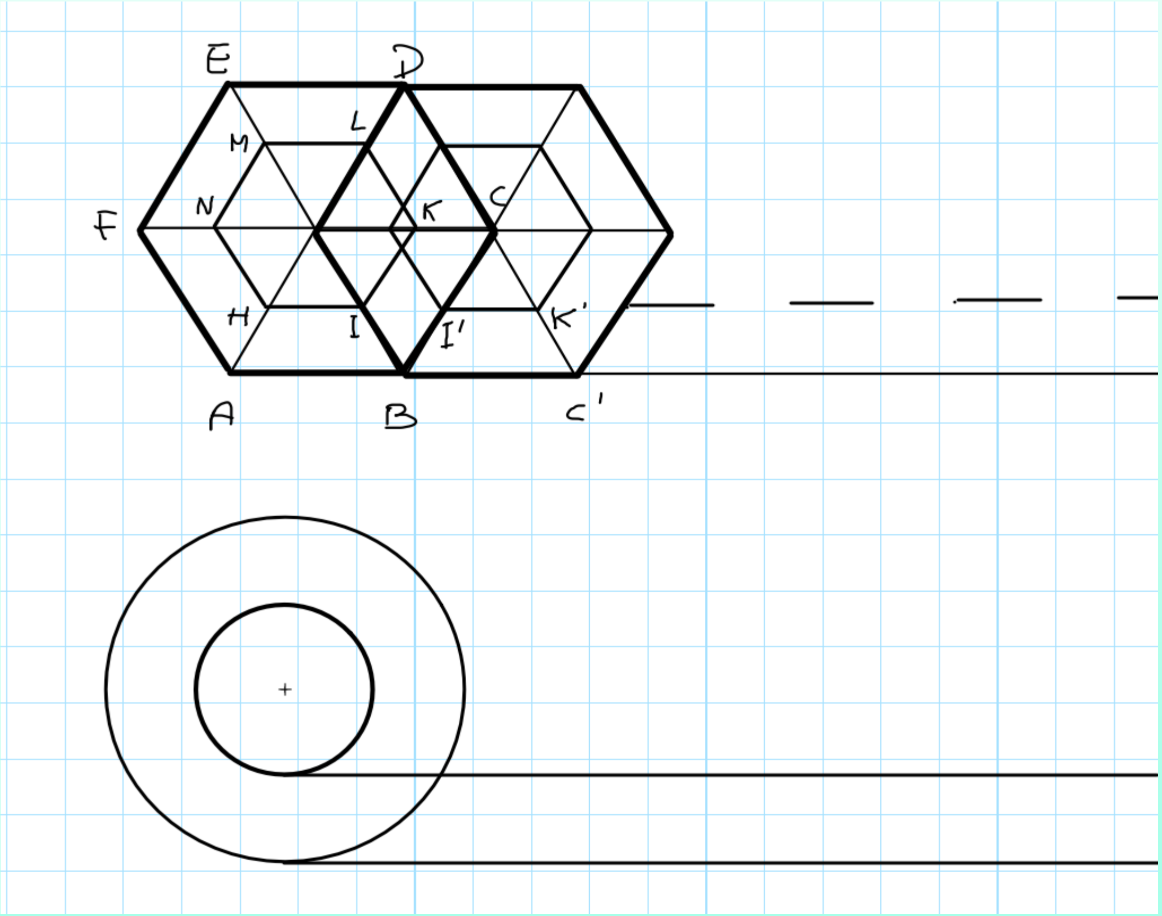


Infinitesimi e indivisibili

Galileo e gli infinitesimi e indivisibili: una intuizione materiale … (la presunta “ruota di Aristotele”)

Nel rotolamento della ruota aumentando il numero dei lati del poligono regolare interno, i lati orizzontali ed i salti tra di loro diminuiscono di lunghezza.
All'infinito il poligono diventa una circonferenza e la retta su cui rotola la circonferenza interna diventa una sequenza di punti (segmenti infinitesimi) separati da vuoti infinitesimi.

Così è fatta la materia per Galileo: atomi (“indivisibili”) separati da vuoti infinitesimi



Bonaventura Cavalieri
e la geometria degli indivisibili

Francesco Cavalieri nasce a Milano nel 1598

A 17 anni prende i voti nell'ordine dei Gesuati (chierici apostolici di San Girolamo) e il nome di Bonaventura

Nello stesso anno (1615) viene trasferito nel convento di Pisa e qui conosce Benedetto Castelli, professore di Matematica all'Università di Pisa e discepolo di Galileo

1617: si trasferisce a Firenze e viene presentato a Galileo da Castelli. Tornato a Pisa sostituisce Castelli impegnato a far da tutore ai figli del Granduca.

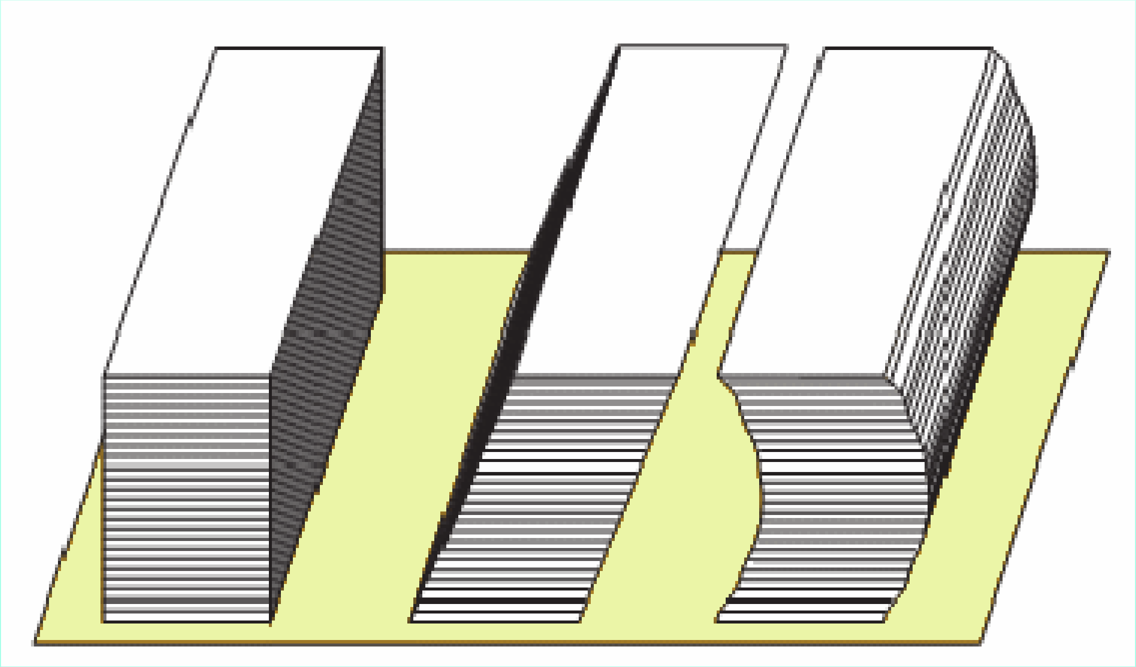
Bonaventura
Cavalieri

- **1620: torna a Milano per volontà del Cardinale Federico Borromeo che lo vuole nel convento dei gesuati di Milano come diacono per le sue qualità di matematico e teologo. Nel 1623 è priore del monastero di San Pietro a Lodi.**
- **Dal 1629 al 1647 (anno della morte) sarà professore di Matematica all'Università di Bologna).**

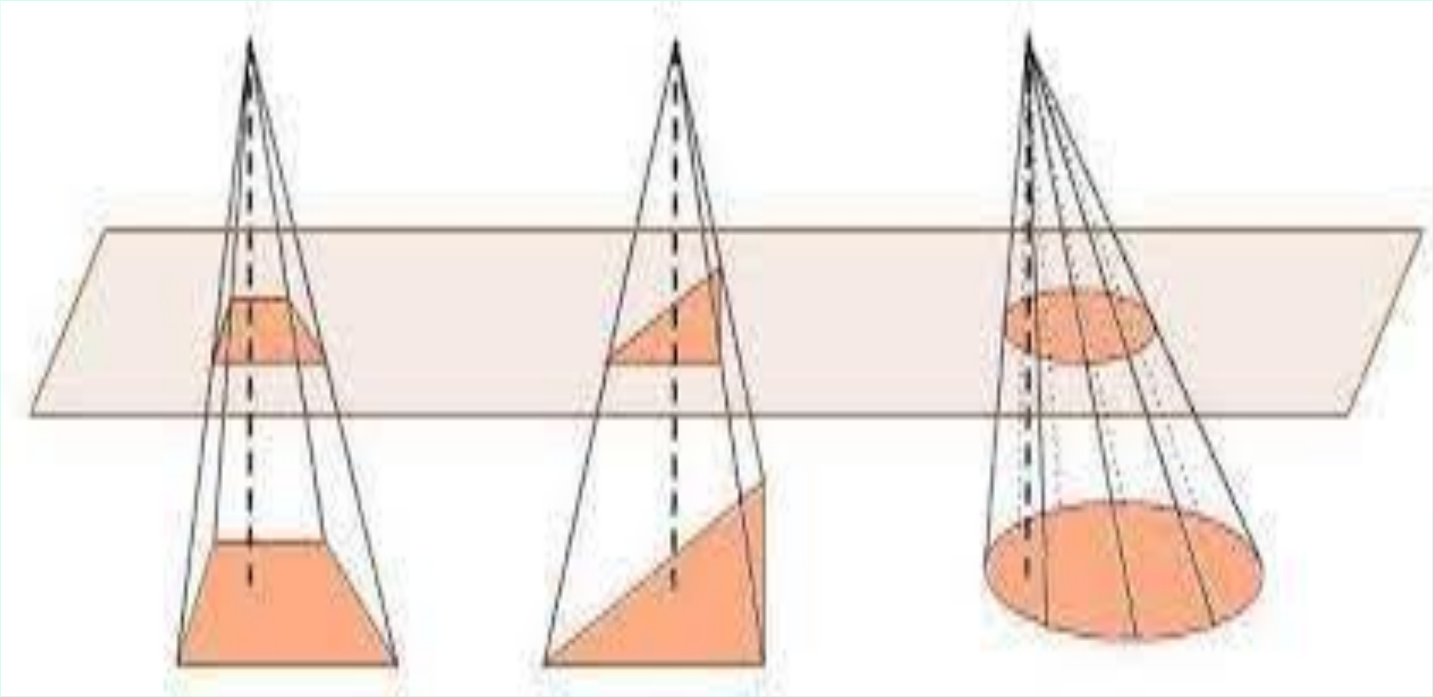
Il principio di Cavalieri

"... è manifesto che le figure piane debbano essere da noi concepite come tele ordite di fili paralleli, e i solidi come libri composti di pagine parallele". Cavalieri chiama questi elementi di cui sono costituite le figure geometriche "indivisibili" ("atomi").

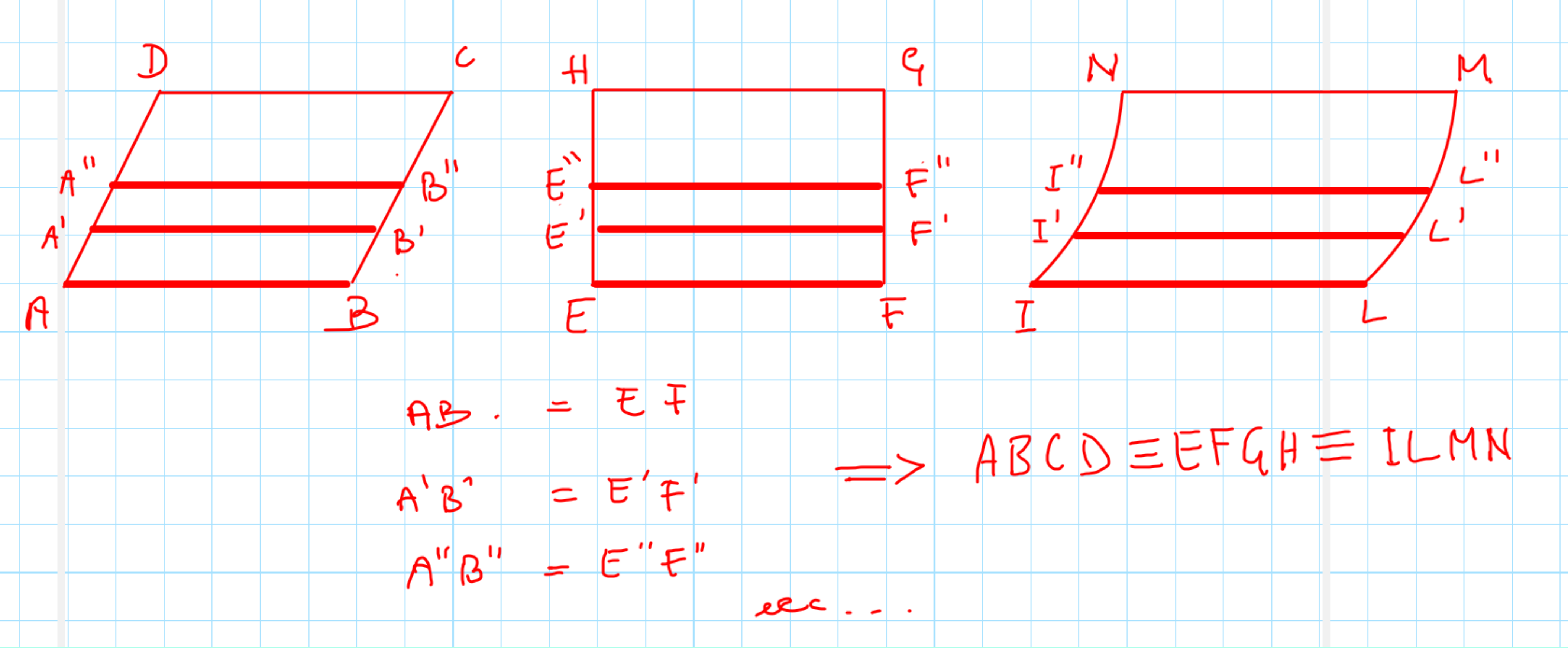
Ogni figura è costituita da un numero infinito di indivisibili.



Due figure piane o solide disposte su di una stessa retta (*norma o “regula”*) o piano, se sezionate con rette parallele o piani paralleli formano sezioni equivalenti, sono equivalenti (Principio di Cavalieri). Le sezioni vengono considerate gli “indivisibili” che compongono le figure.



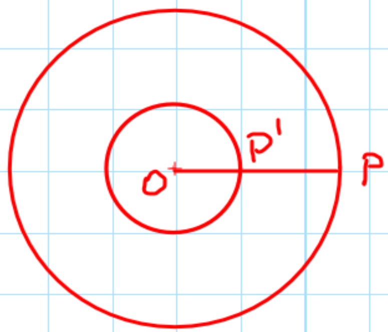
Le applicazioni:
calcolo delle aree e dei volumi

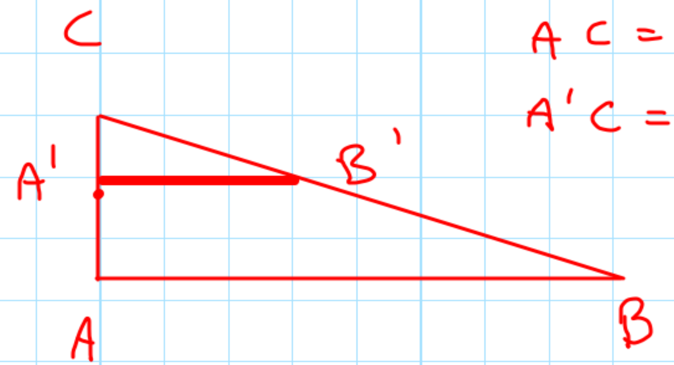


***La strategia*: ottenere risultati già noti grazie al metodo tradizionale per estendere l'applicazione a nuovi casi.**

Il caso spinoso della quadratura del cerchio

Con il metodo degli indivisibili di Cavalieri:





$AC = OP = R$

$A'C = OP' = r$

IPOTESI

$\overline{AB} = c = 2\pi R$

$\overline{AC} = \overline{OP} = R$

$\overline{A'C} = \overline{OP'} = r$

$c' = 2\pi r$

TESI

$\overline{A'B'} = c'$

DIMOSTRAZIONE:

I TRIANGOLI $A\hat{B}C$ E $A'\hat{B}'C$ SONO SIMILI
(HANNO GLI ANGOLI CONGRUENTI)

$$\Downarrow$$

I LATI CORRISPONDENTI AGLI ANGOLI UGUALI SONO IN PROPORZIONE

$$AC : A'C = AB : A'B'$$

$$\overline{AC} : \overline{A'C} = \overline{AB} : \overline{A'B'}$$

$$R : r = c : \overline{A'B'}$$

$$\overline{A'B'} = \frac{r \cdot c}{R} = \frac{r \cdot 2\pi \cancel{R}}{\cancel{R}} = 2\pi r = c'$$

E QUESTO VALE PER OGNI CIRCONFERENZA CONCENTRICA DI RAGGIO $r < R$...

PER IL PRINCIPIO DI CAVALIERI QUINDI ABBIAMO DIMOSTRATO L'EQUIVALENZA TRA IL CERCHIO E UN TRIANGOLO DI ALTEZZA $= R$ E BASE DI LUNGHEZZA EGUALE ALLA CIRCONFERENZA.

$$A_c = \frac{\cancel{2}\pi R \cdot R}{\cancel{2}} = \pi R^2$$

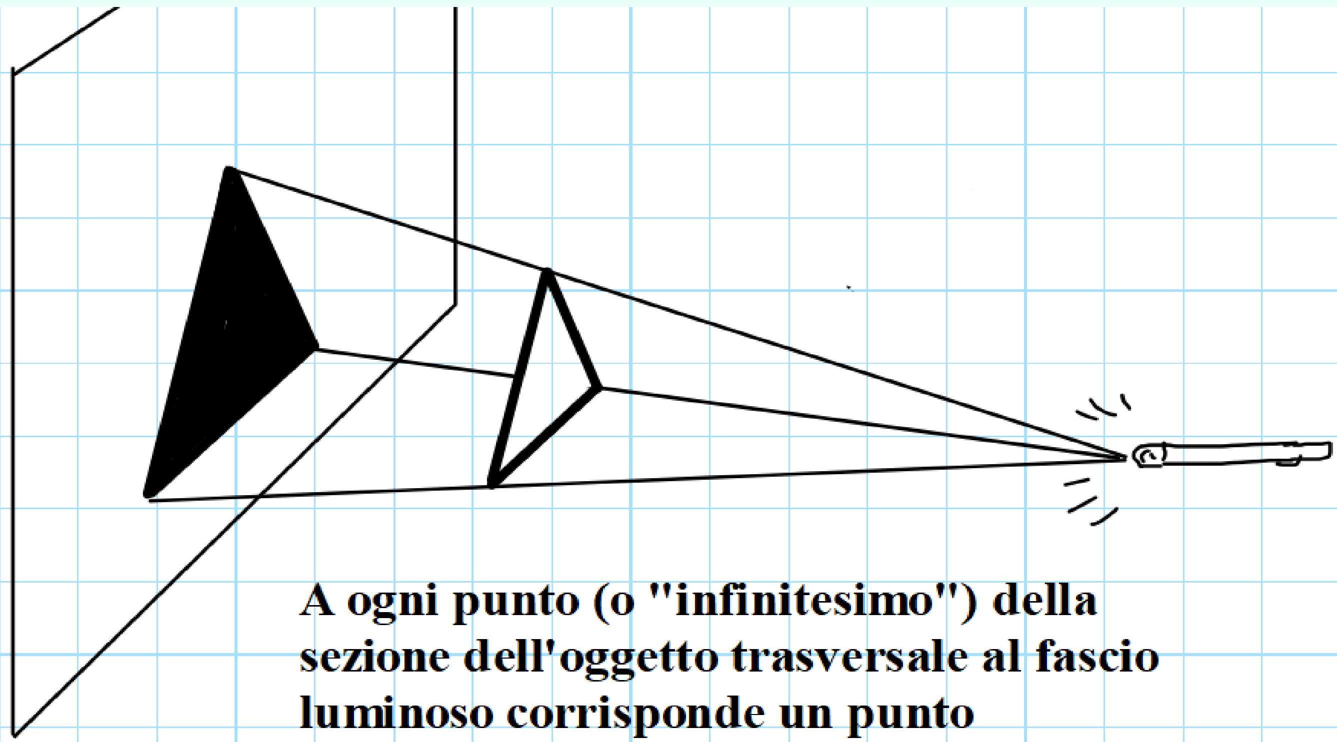
La discussione

Con il metodo degli indivisibili di Cavalieri le figure geometriche diventano oggetti materiali da scomporre nei loro elementi

Le critiche:

- **manca il rigore logico della geometria euclidea: il metodo è basato su intuizioni empiriche**
- **il paradosso di considerare una figura come somma di elementi di estensione nulla**
- **Gli indivisibili sono infinitesimi: confrontare due figure composte di due infiniti infinitesimi significa confrontare due infiniti, e ciò è impossibile**

Esempio: il paradosso dell'ombra



A ogni punto (o "infinitesimo") della sezione dell'oggetto trasversale al fascio luminoso corrisponde un punto (infinitesimo) dell'ombra

La sezione dell'oggetto e l'ombra contengono entrambe infiniti punti (infinitesimi)

Allora come fa l'ombra ad essere più grande?

Le “ragioni” della compagnia di Gesù (Paolo Habakkuk Guldino)

I paradossi sono propri di un sapere instabile: destano interpretazioni discordanti e discussioni

La Geometria deve fornire il più valido sistema di costruzione di certezze indiscutibili

Gli infinitesimi sollevano paradossi e quindi vanno eliminati dalla Geometria

La difesa di Cavalieri

Cavalieri nei suoi testi non prende posizione chiara e netta sulla composizione del continuo (anche se di fatto usa le ipotesi proibite) e cerca di rendere compatibile la nuova matematica con il metodo della geometria euclidea

Le sue opere principali sul tema (*Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*, *Exercitationes geometricae sex* …) diventano di difficile lettura, anche se verranno citate in seguito dai più grandi matematici europei

L'erede di Galileo

1608: Evangelista Torricelli nasce a Roma da famiglia romagnola (prende il cognome della madre). Primi studi a Faenza dallo zio materno Gianfrancesco, monaco dell'ordine dei camaldolesi e parroco dell'abbazia di Sant'Ippolito.

A Roma è allievo prediletto di Benedetto Castelli che lo segnala a Galileo per i suoi meriti in Geometria. Scrive a Galileo nel 1632 per conto del Castelli una lettera in cui si presenta.

Successivamente è segretario personale di monsignor Giovanni Ciampoli (alto prelato ed amico di Galileo) tra il 1632 e il 1640. Nel 1640 annuncia in due lettere private alcuni suoi lavori sul moto e sui calcoli sulle parabole.

Nel 1641 viene invitato da Galileo nella sua villa di Arcetri per collaborare alla stesura della quinta giornata dei Discorsi (che non riuscirono a concludere per la sopraggiunta morte del Maestro l'8 Gennaio 1642).

Subito dopo Torricelli viene nominato Matematico di Corte (anche se non “Filosofo”) del Granduca di Toscana, con l'incarico di insegnare Matematica all'Università di Pisa.

1644: Torricelli pubblica l' ***Opera Geometrica*** **risultato degli studi sulla matematica di tutta la sua vita.**

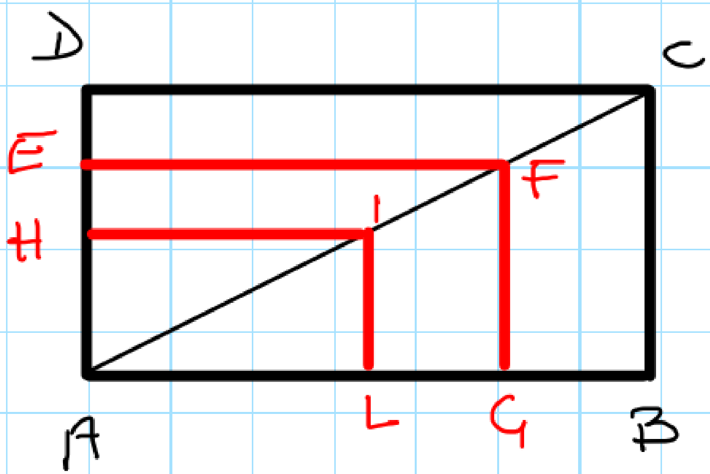
Muore a Firenze nel 1647.

Torricelli e gli infinitesimi

Resta un fitto carteggio con Cavalieri che attesta la stima reciproca.

A differenza del religioso gesuato, Torricelli non aggira i paradossi, ma li affronta direttamente gettando le basi per un nuovo linguaggio (quello del calcolo infinitesimale, o “analisi matematica”).

Qualche esempio ...



A OGNI INDIVISIBILE PARALLELO A BC (EF, HI) NE CORRISPONDE UNO PARALLELO AD AB (FG, IL)

SOMMANDO TUTTI GLI INDIVISIBILI PARALLELI A BC, E TUTTI QUELLI PARALLELI A CD SI DOVREBBERO OTTENERE TRIANGOLI UGUALI!!!

E COM'È POSSIBILE?!!

È POSSIBILE SE LE LORO LARGHEZZE INFINITESIME STANNO TRA LORO IN PROPORZIONE INVERSA RISPETTO ALLE LORO LUNGHEZZE.

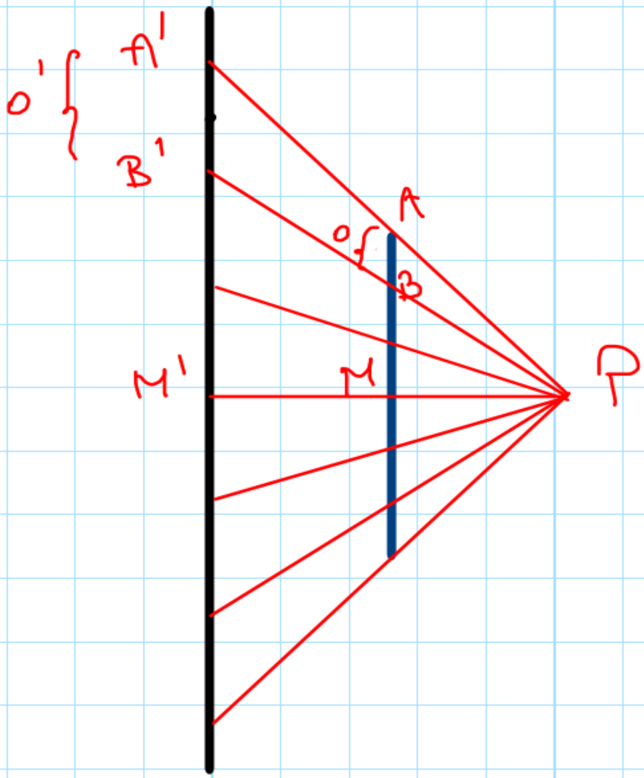
$\Downarrow$

NASCE IL RAPPORTO TRA INFINITESIMI!

LA BASE DELLA "DERIVATA"!

(SU CUI SI BASA IL CALCOLO DELLA VARIAZIONE ISTANTANEA DI OGNI GRANDEZZA)

Risolto il paradosso dell'ombra …



$$AB : A'B' = PM : PM'$$

$$O' : O = PM : PM'$$

Gli infinitesimi possono stare tra di loro in un rapporto finito!

Vengono espressi matematicamente concetti (intuiti da Galileo) come ...

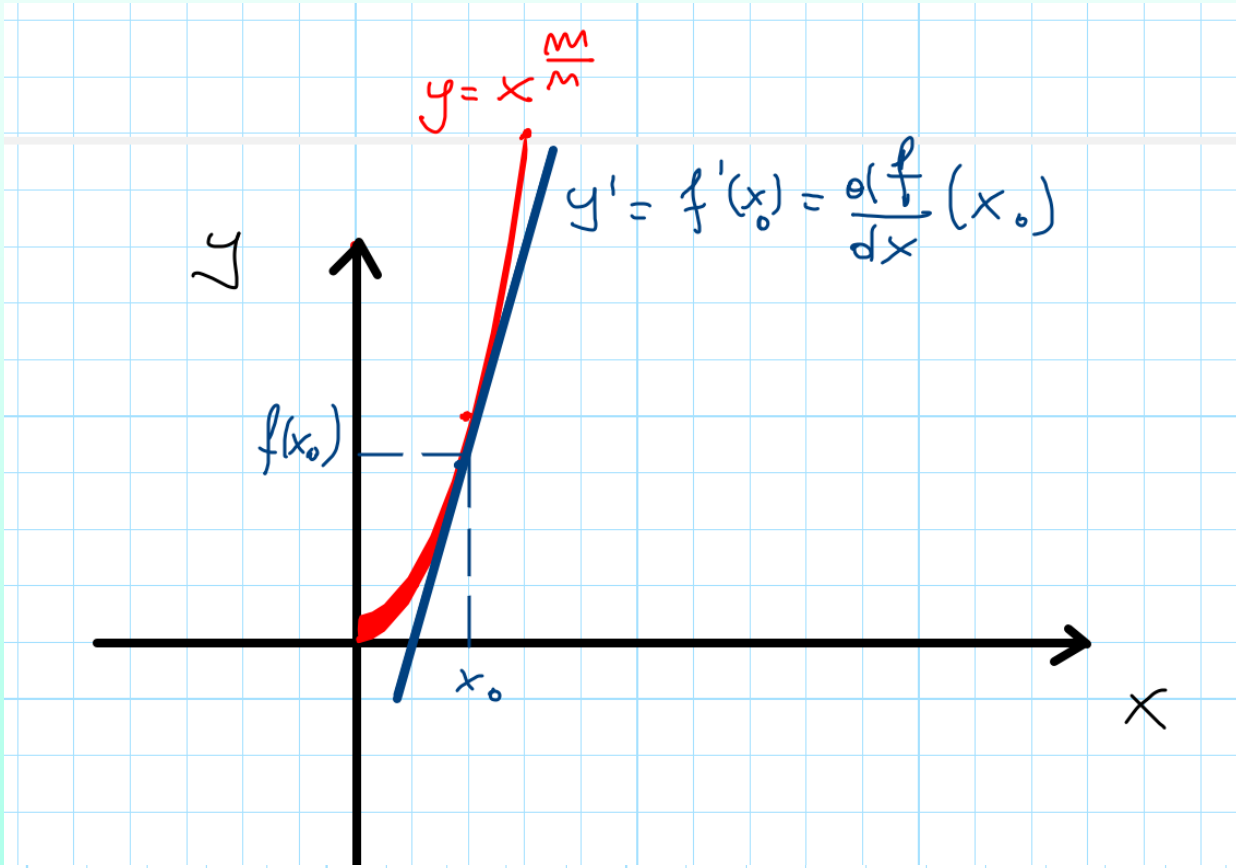
VELOCITÀ ISTANTANEA

$$v(t) = \frac{dS}{dt}$$

ACCELERAZIONE ISTANTANEA

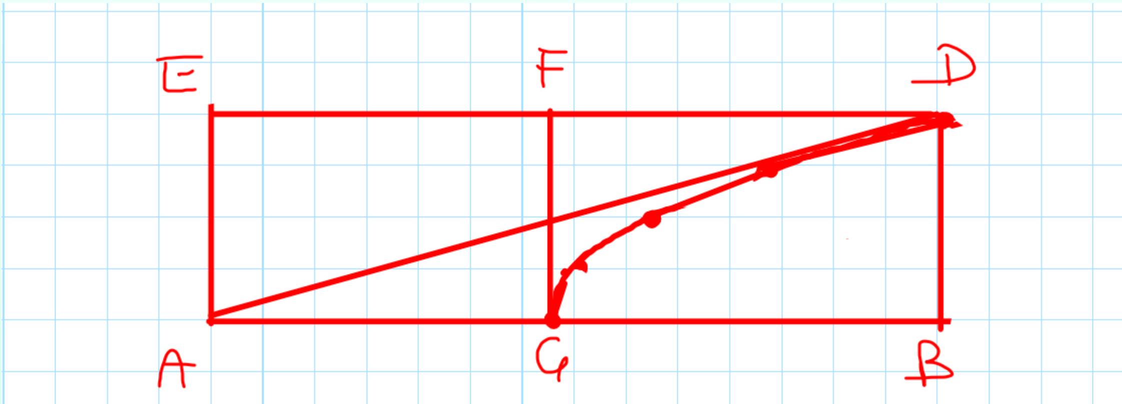
$$a(t) = \frac{dv}{dt}$$

La derivata come pendenza della tangente ad una curva oggi ...



$$\boxed{y = x^{\frac{m}{n}} \qquad m_{Tg} = y' = \frac{m}{n}\,\frac{y}{x} = \frac{m}{n}\,x^{\frac{m}{n}-1}}$$

… e nei lavori di Torricelli ...



$$\square ED = \square BD \qquad \frac{\square BD}{\square FD} = \frac{m}{M} \Rightarrow \frac{\square ED}{\square FD} = \frac{m}{M}$$

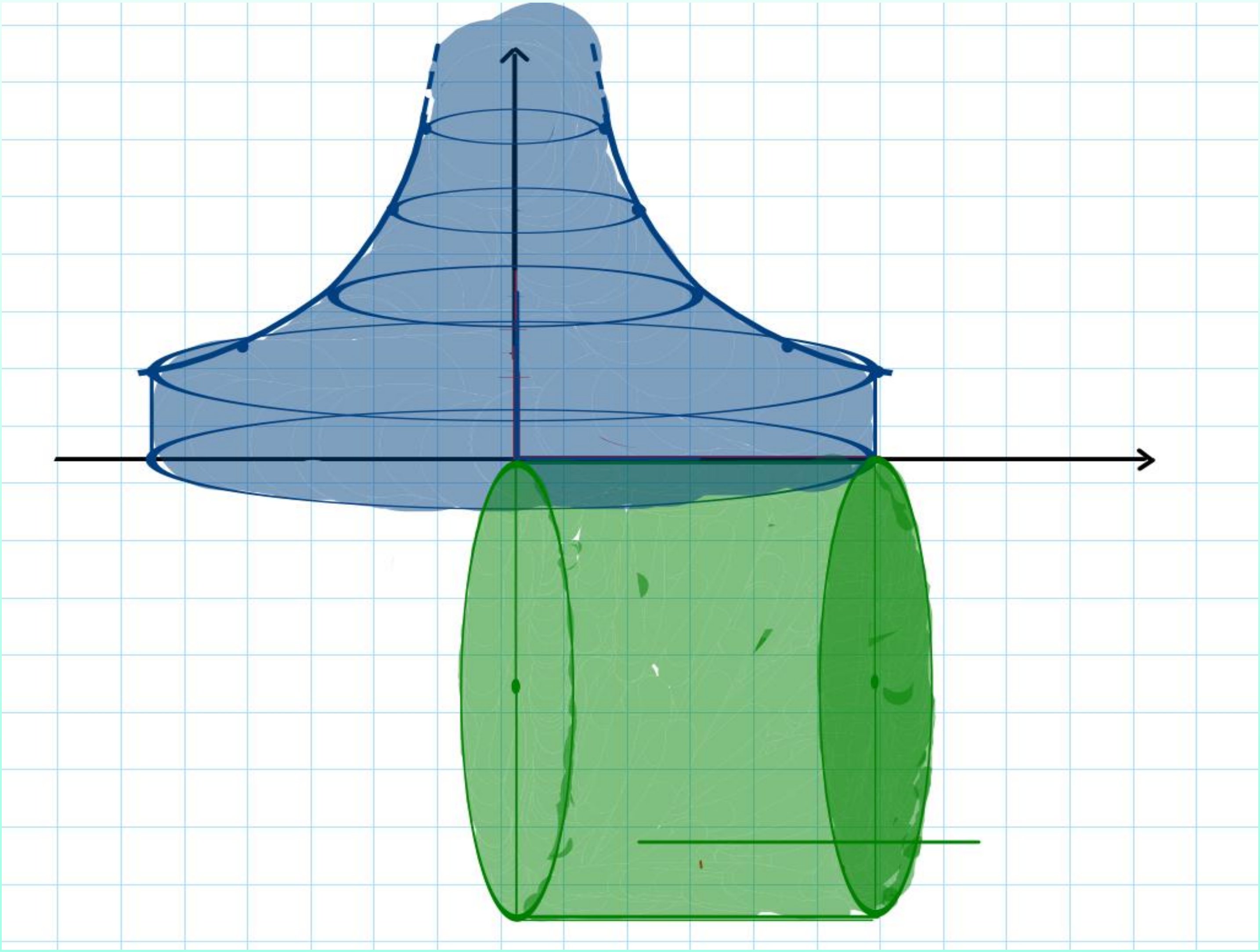
$$\frac{\square ED}{\square FD} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BG}}$$

(I 2 RETTANGOLI INFINITESIMI HANNO LO STESSO SPESSORE)

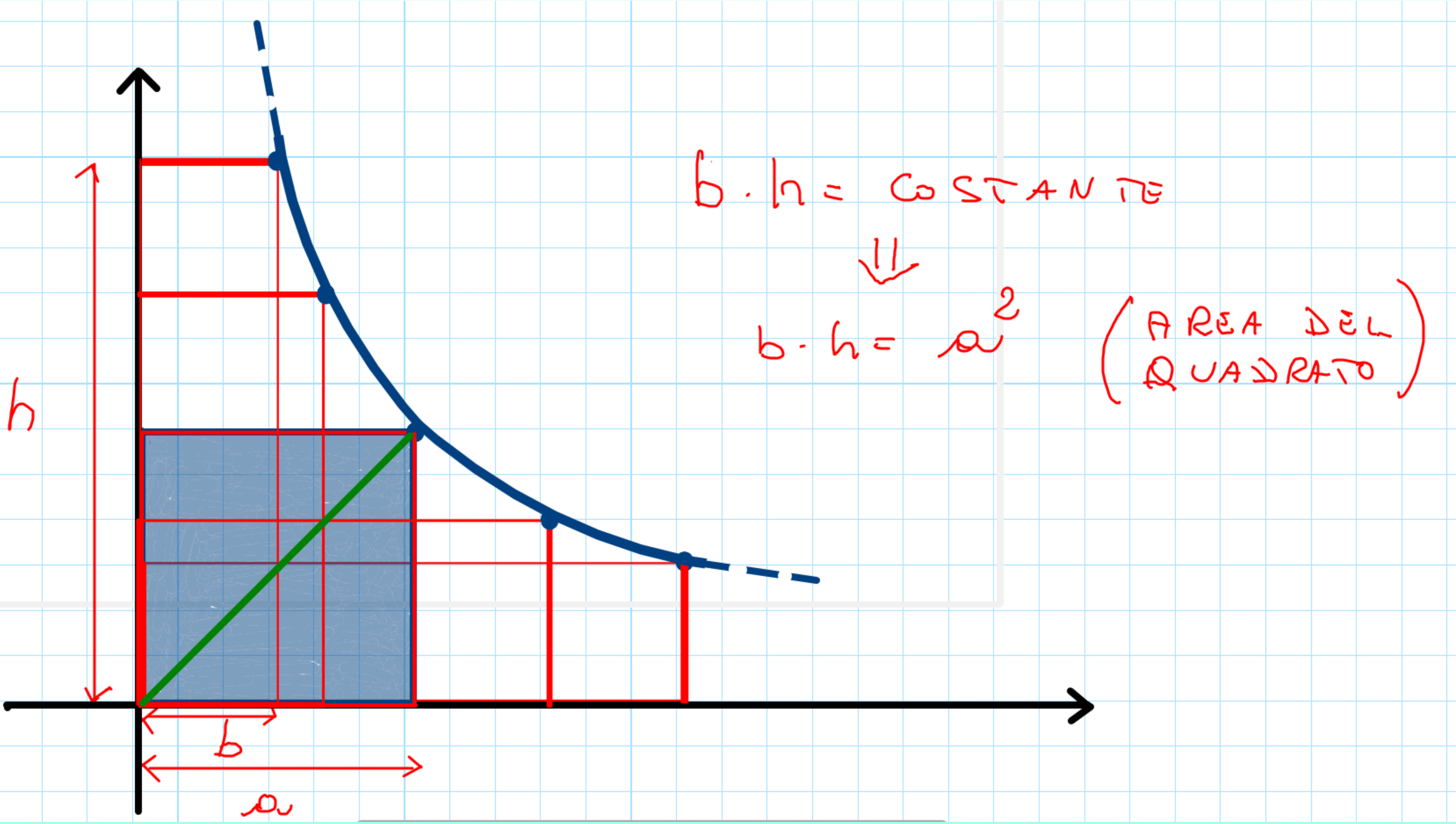
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BG}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} \cdot \frac{\overline{BD}}{\overline{BG}} = \frac{m}{M}$$

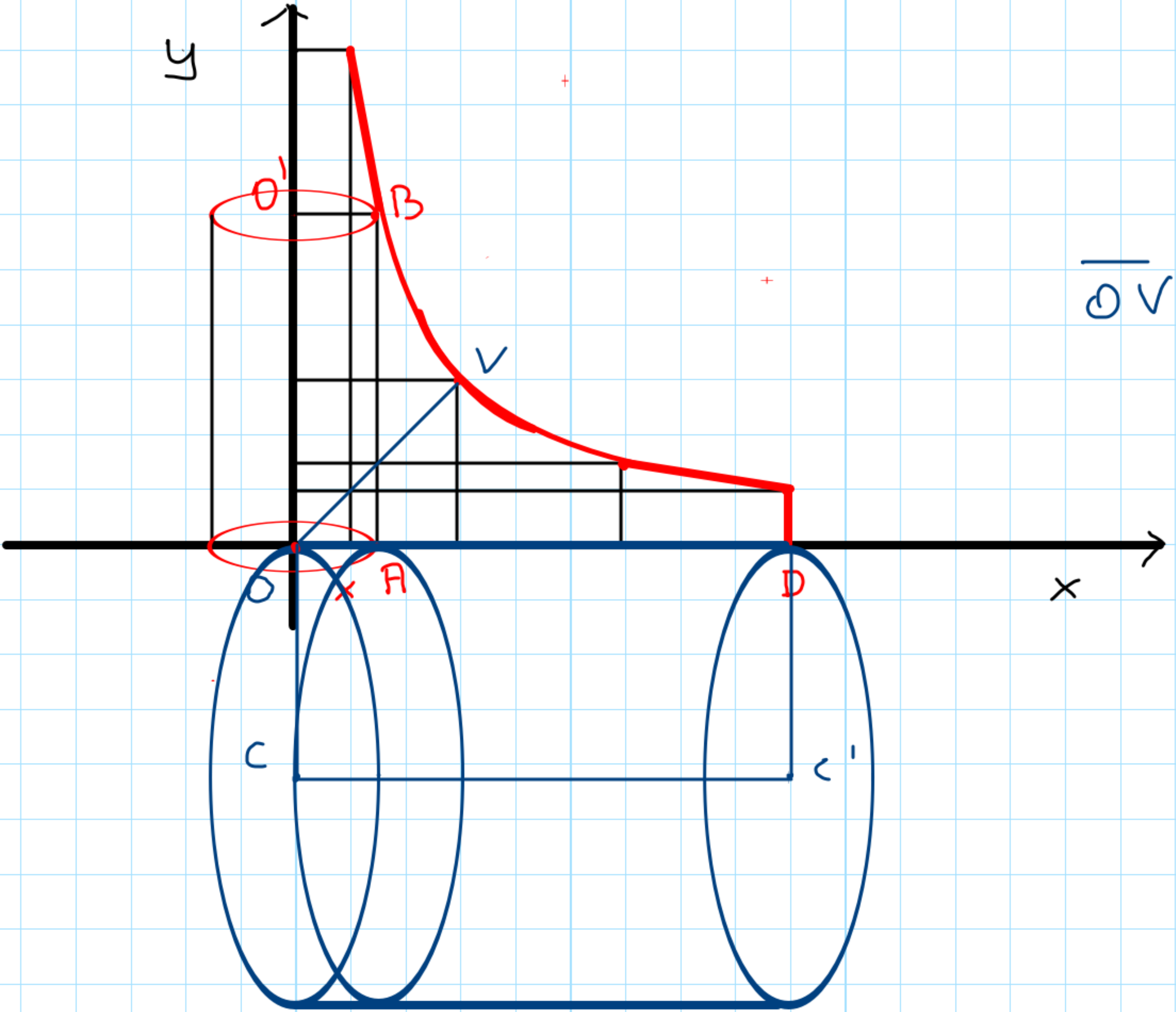
$$\frac{\overline{BD}}{\overline{BG}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} \cdot \frac{m}{M} \Rightarrow \boxed{\frac{m}{M} \frac{\overline{BG}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}}$$

E il calcolo integrale nella "magia" del solido infinito iperbolico: figura infinita volume finito!



Come si potrebbe ricostruire oggi (con l'aiuto della matematica odierna)



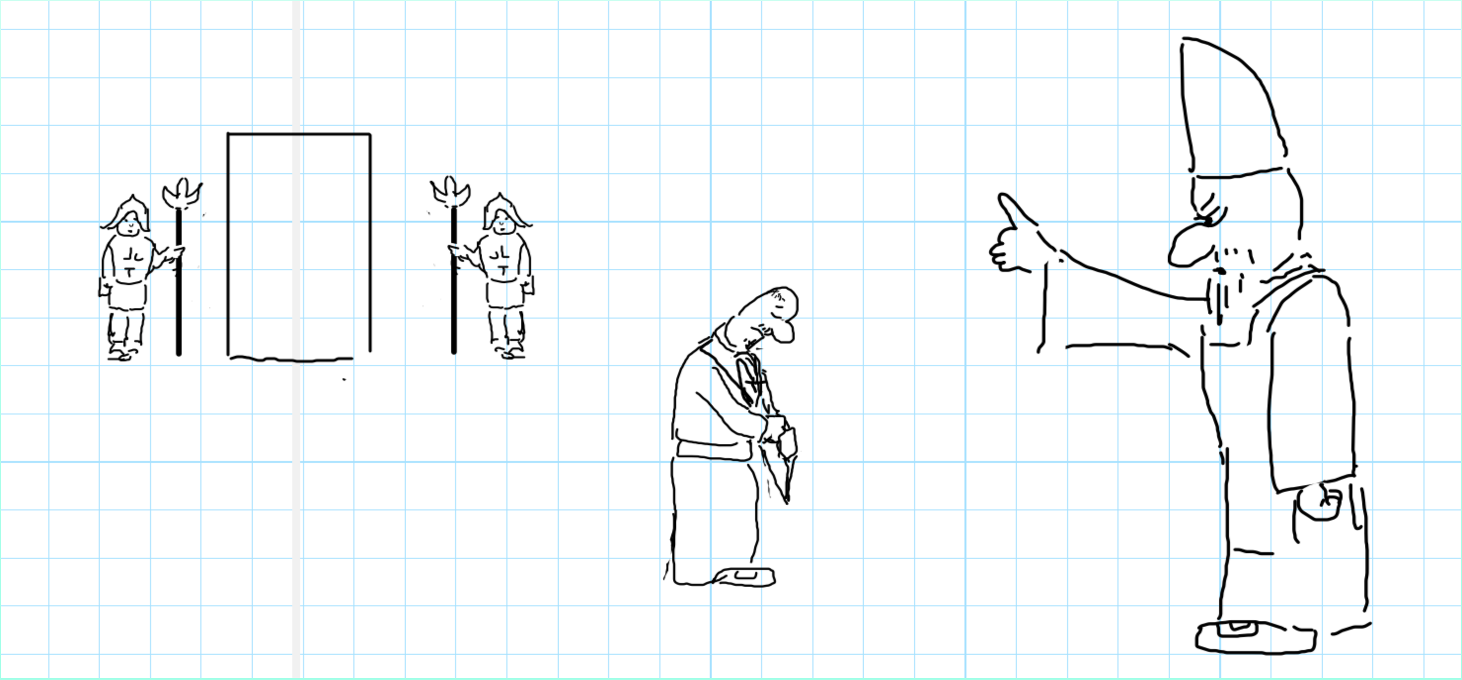


$$\overline{OV} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

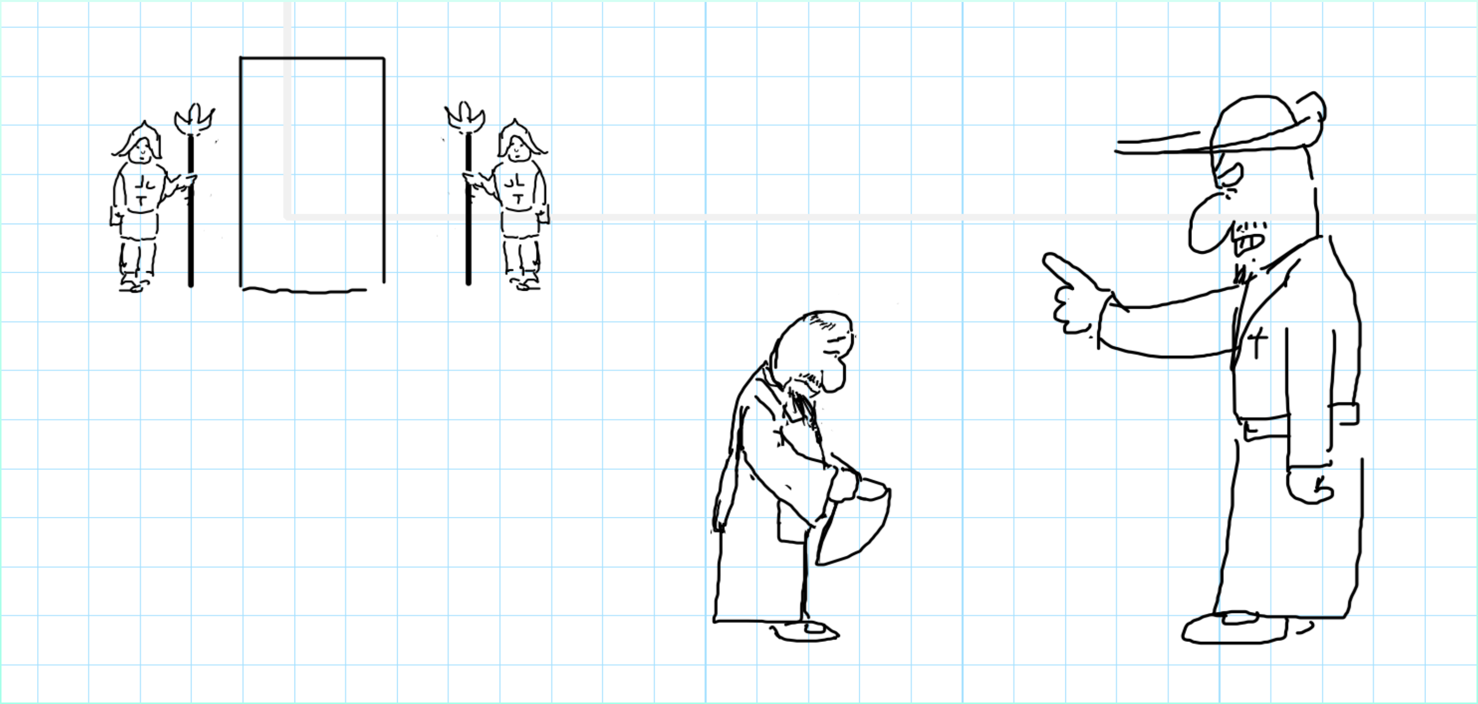
Un po' di Storia

1623: Eletto papa Maffeo Barberini (Urbano VIII) amico ed estimatore di Galileo

1625: in seguito alla pubblicazione di due saggi di Roberto Bellarmino e del teologo Antonio Santarelli in difesa del potere papale i gesuiti vengono espulsi dalla corte di Francia (il generale della compagnia Muzio Vitelleschi viene umiliato in pubblico dal papa). I gesuiti cadono in disgrazia.



1631: A Breitenfeld l'esercito protestante di Re Gustavo Adolfo di Svezia sbaraglia le truppe del Sacro Romano Impero. Invettiva del Cardinale Gaspare Borgia in concistoro contro le simpatie francesi del papa. Urbano VIII si avvicina di nuovo agli Asburgo. Svolta conservatrice.



1632: pubblicazione del Dialogo sui massimi Sistemi del Mondo e reazione immediata del papa: convocazione di Galileo davanti al Tribunale della Santa Inquisizione.

Febbraio 1633: inizia la prigionia di Galileo.

29 Giugno 1633: Galileo abiura.

I Gesuiti riacquistano il potere politico perso e ricomincia la lotta contro gli infinitesimi.

Frattanto in terra di Albione …

- Il moltiplicarsi delle confessioni religiose protestanti ed il loro rifiuto delle gerarchie ecclesiastiche anglicane comincia a creare un a situazione di caos sociale e politico
- Si profila la lotta tra realisti (anglicani) parlamentaristi (presbiteriani, indipendenti e altri).

- **1640: scoppia la guerra civile in Inghilterra: re Carlo I viene deposto e decapitato (1649) per decreto parlamentare.**
- **1640 – 1660: l'interregno retto da una dittatura militare sotto la guida del Lord Protettore Oliver Cromwell.**
- **Il parlamento a sua volta è dilaniato dalle derive oltranziste delle diverse minoranze religiose.**
- **1660: restaurazione della monarchia britannica alla guida di Carlo II (tornato dall'esilio di Parigi).**

Due matematici
e due matematiche

Thomas Hobbes (1588–1679) laureato al Magdalen College di Oxford vuole studiare la nuova astronomia e la nuova geografia e rifiuta la Scolastica medioevale che gli viene insegnata all'Università.

Tutore presso la famiglia Cavendish dell'alta aristocrazia inglese.

Segretario di Francesco Bacone dal 1620 al 1626 (anno della morte del filosofo).

1628: primo contatto con la geometria durante un Gran Tour con la famiglia Cavendish. Resta impressionato dalla dimostrazione del teorema di Pitagora.

Dal 1640 è in esilio a Parigi con i suoi mecenati.

Geometria euclidea e pensiero politico

L'esperienza traumatica della guerra civile e dell'interregno segna il suo pensiero: il caos creato dai conflitti religiosi e dalle diverse idee può essere evitato soltanto con l'esercizio di un potere assoluto la cui volontà è accettata da tutti i cittadini come la loro: nasce il *Leviatano* (1651)

Il ragionamento geometrico è il modello per la costruzione di ogni tipo di verità inconfutabile

Hobbes usa il metodo analitico per dimostrare la totale mancanza di alternative al potere assoluto del sovrano

La totale identificazione del popolo sovrano elimina completamente il dissenso (non si può neppure creare)

Nemico dichiarato della Chiesa, della teologia scolastica e dei Gesuiti, Hobbes conosceva il lavoro di Cavalieri sugli indivisibili ma ne fornisce una sua interpretazione "fisica" con lo scopo di incorporarla nella geometria euclidea:

le linee sono generate dal movimento di punti, le superfici dal movimento di linee e i corpi solidi dal movimento di superfici.

In tal modo vengono aggirati i pericolosi paradossi che rischiano di provocare discussioni laddove non ce ne devono essere: il suo scopo è rendere la geometria tradizionale ancora più potente.

Per dimostrare che la geometria può generare qualsiasi verità serve risolvere i problemi fino ad allora irrisolti: primo fra tutti la quadratura del cerchio (mai costruita fino ad allora con riga e compasso).

Oggi sappiamo che non è possibile (il *π* non è un numero "algebrico"): Hobbes prova e si convince di aver trovato la soluzione.

Ma ovviamente ha sbagliato e cerca di correggersi appena prima di pubblicare il risultato (*De Corpore*, 1655) …

Ma qualcuno se ne accorge …

Il “pastore” del calcolo infinitesimale

John Wallis (1616–1703), figlio di pastore puritano, dopo aver studiato nella scuola di *Martin Holbeach* (insieme ai figli di *Oliver Cromwell*) si laurea all'Emmanuel College di Cambridge nel 1637.

Si appassiona alla matematica ancora adolescente seguendo i calcoli del fratello che tiene la contabilità del negozio in cui lavora. Ne approfondisce lo studio da autodidatta.

Durante la guerra civile svolge l'attività di crittografo grazie alle sue capacità logico – matematiche.

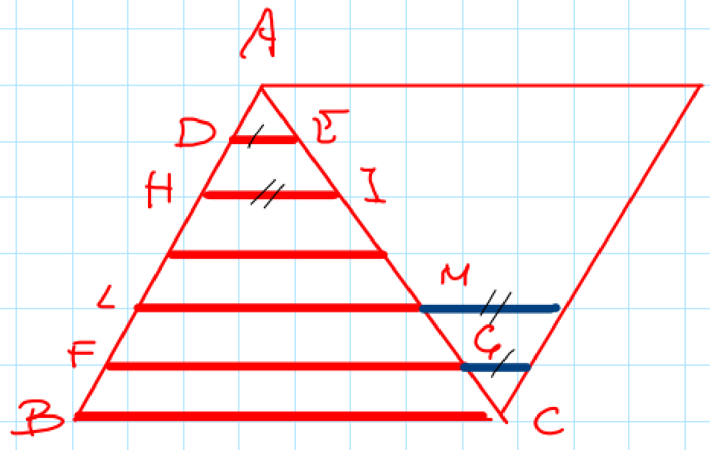
Sacerdote in diverse chiese di Londra, nel 1644 diviene segretario; come membro del partito presbiteriano viene eletto segretario dell'Assemblea di Westminster (con il compito di sostituire la chiesa anglicana): in quella veste si rende conto dei rischi degli integralismi (denunciati in un documento contro la *purga di Pride*, contro i membri moderati).

Nel 1645 insieme ad altri scienziati fonda un'associazione per la conduzione e la discussione pubblica di esperimenti scientifici.

14 giugno1649: Wallis è nominato a sorpresa Professore Saviliano di Matematica ad Oxford (sostituisce Peter Turner, licenziato in quanto realista)

1655, 1656: Pubblica *De sectionibus conicis* e *Arithmetica infinitorum*. Comincia la polemica con *Hobbes* (durerà fino alla morte di *Hobbes*).

L'infinito e una matematica “poco ortodossa”



AREA DEL TRIANGOLO
(FORMATO DA ∞ PARALLELOGRAMMI DI ALTEZZA INFINITESIMA $\frac{1}{\infty}$)

SOMMA A 2 A 2 DI TUTTE LE BASI × ALTEZZA INFINITESIMA

$$\frac{B}{2} \times \cancel{\infty} \times \frac{h}{\cancel{\infty}} = \frac{B \cdot h}{2}$$

Geometria e induzione: le origini del calcolo infinitesimale

Individua delle espressioni numeriche particolari che possono risolvere problemi geometrici e le calcola ripetutamente aumentando il numero di termini

$$\frac{\text{LA SOMMA DEI NUMERI DA 0 A N}}{(N+1)\times \text{IL MASSIMO DEI NUMERI}} = \frac{\sum_{k=0}^{N} k}{N\cdot(N+1)}$$

$$\frac{0+1}{1+1} = \frac{1}{2} \; ; \quad \frac{0+1+2}{2+2+2} = \frac{\cancel{3}^{\,1}}{\cancel{6}_{\,2}} \quad \frac{0+1+2+3}{3\times 4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

OGNI ESEMPIO DÀ LO STESSO RISULTATO;
NE SEGUE CHE IL RISULTATO È LO STESSO
ANCHE PER UN NUMERO INFINITO DI TERMINI

$$\frac{\sum_{k=0}^{N} k^2}{(N+1)\times N^2} = ?$$

VEDIAMO COSA SUCCEDE SOMMANDO I QUADRATI ....

$$\frac{0+1}{2\times 1} = \frac{1}{2}\ ; \quad \frac{0+1+4}{3\times 4} = \frac{5}{12}\ ; \quad \frac{0+1+4+9}{9\times 4} = \frac{14}{36}\ ;$$

$$\frac{0+1+4+9+16}{16\times 5} = \frac{30}{80} \quad \ldots\ldots$$

SONO TUTTI DIVERSI MA ...

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \quad ; \quad \frac{5}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{12} \quad ; \quad \frac{14}{36} = \frac{1}{3} + \frac{1}{18}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{1}{3} + \frac{1}{24} \quad \ldots\ldots$$

AL CRESCERE DI N LO SCARTO RISPETTO AD $\frac{1}{3}$ DIMINUISCE.

$$\Downarrow$$

RICAVO PER INDUZIONE CHE PER $N \to \infty$ (SIMBOLO INVENTATO DA WALLIS) LA SOMMA TENDE A $\frac{1}{3}$

IN QUESTO MODO ESTENDERE PER INDUZIONE IL CALCOLO ALLA SOMMA.

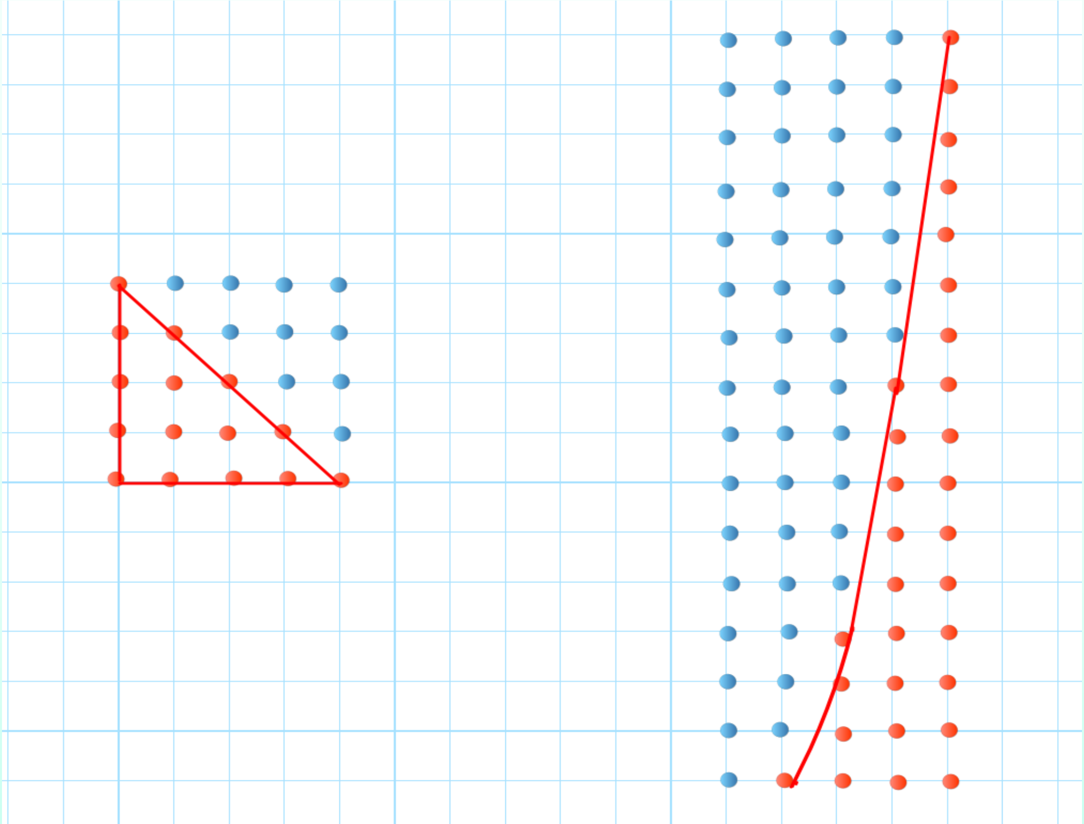
$$\frac{\sum_{k=0}^{N} k^{m}}{(N+1)\cdot N^{m}} \xrightarrow{\text{TENDE A}} \frac{1}{m+1}$$

QUANDO N TENDE A ∞.

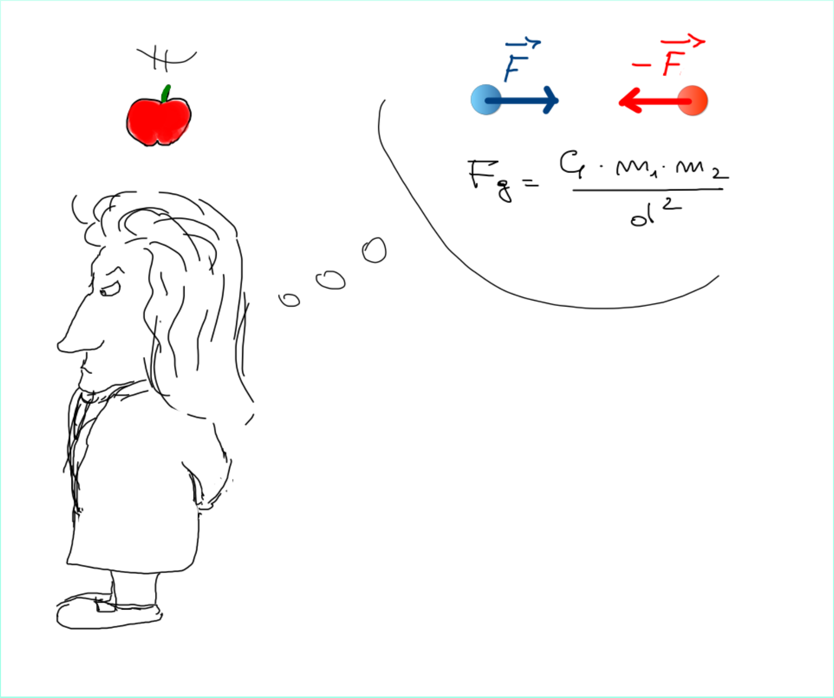
NASCE IL CONCETTO DI LIMITE DI UNA SUCCESSIONE

$$\lim_{n \to +\infty} a_n = l$$

Sarà anche un metodo contraddittorio e poco rigoroso (così lo giudica Fermat) ma Wallis con esso ottiene notevoli risultati sul calcolo di aree e volumi.



Isaac Newton inventore del calcolo infinitesimale (contemporaneamente a Leibnitz) lo considera uno dei suoi principali ispiratori.



È nata una nuova matematica al servizio della conoscenza del mondo fisico.

1660: Carlo II torna sul trono d'Inghilterra

1662: l'associazione di scienziati fondata da Wallis, Boyle e altri nel 1645 diventa la Royal Society (di cui sarà presidente anche Newton).

La Scienza suggerisce la nuova via alla politica: si discute serenamente per trovare insieme le soluzioni ai problemi. É la regola base della democrazia.

La Gran Bretagna diventerà la prima democrazia e il centro dello sviluppo industriale … e l'Italia?

Torricelli e Cavalieri muoiono il 25 Ottobre e il 30 Novembre 1647.

Gli infinitesimi saranno banditi dallo studio della matematica nelle scuole dei gesuiti (in cui si formerà buona parte della classe dirigente italiana fino all'unità d'Italia).

Nel XVIII secolo il grande matematico torinese Giuseppe Luigi Lagrangia (1736 – 1813) dovrà recarsi a studiare a Parigi e diventerà per tutti *Joseph Louis Lagrange*.

L'Italia sarà un paese frammentato retto da monarchie assolute e resterà indietro rispetto al resto d'Europa in tutti i campi. Ancora oggi ne vediamo le conseguenze.

Bibliografia di Riferimento:

Amir Alexander: *Infinitamente Piccoli,* Ed. Le Scienze

Pietro Greco: *Galileo, l'artista toscano*, Ed Springer

Fabio Toscano: *L'erede di Galileo*, Ed. Sironi

SI ringraziano i proff. Ivano Arcangeloni e Claudio Casali per la preziosa collaborazione